Grand oral maths

Intro

Le nombre d'or, 1.618 ou $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est synonyme de beauté et de perfection. Il se note avec la lettre grecque ϕ (phi) suite à l'initiale de Phidias, l'architecte grec du Parthénon et ce nombre est présent dans de nombreux domaines de la vie sans même que nous nous en rendions compte. Généralement lorsqu'on pense au nombre d'or on pense aussi à Fibonacci et à sa célèbre suite. Le monde autour de nous est-il régi par le nombre d'or et la suite de Fibonacci ?

I-Suite de fibonacci et lien avec nombre d'or

Tout d'abord il faut savoir ce qu'est la suite de Fibonacci et le lien qu'elle a avec le nombre d'or . Leonardo Fibonacci était un mathématicien Italien du 12ème 13ème siècle. Il imagine un problème qui est censé prédire combien de couples de lapins sont obtenus au bout d'un an avec seulement un couple au départ. On suppose que l'on part avec un seul couple de lapins, qu'ils ne peuvent procréer qu'au bout de 2 mois et que chaque paire engendre un couple de lapereaux tous les mois. Aussi aucun lapin ne meure durant cette année. Les deux premiers mois on a donc 1 seul couple, au 3ème mois il y en a 2, au 4ème 5 couples et ainsi de suite. Les nombres de paires de lapins au total à chaque mois de cette année représente les termes de cette suite de Fibonacci : 1 1 2 3 5 8 13 21 .

On remarque que l'on obtient chaque terme de la suite en additionnant les 2 membres précédents. La suite est donc définie par la formule de récurrence $U_{n+1}=U_n+U_{n-1}$ pour tout n supérieur ou égal à 1. C'est Jacques Binet qui a donné une formule explicite de la suite permettant de calculer n'importe quel membre de celle-ci sans en connaitre le terme précédent, en faisant appel au nombre d'or. $U_n=\frac{1}{\sqrt{5}}\left(\varphi^n-\varphi'^n\right)$ avec du coup $\varphi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ et $\varphi'=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

On peut aussi retrouver le nombre d'or en faisant le quotient de 2 nombres consécutifs de la suite. En effet, plus on avance dans la suite de Fibonacci, plus l'écart entre le rapport de deux de ses termes successifs et le nombre d'or diminue. On a alors : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{U_{n+1}}{U_n}=\varphi$.

•Propriétés algébriques de phi

Le nombre d'or possède certaines propriétés algébriques intéressantes. Tout d'abord il faut savoir que phi est la solution du polynome $x^2-x-1=0$ et de ce fait on retrouve la formule $\varphi-1=\frac{1}{\varphi}$. De plus ce nombre a la particularité que lorsqu'on le multiplie par lui-même cela revient à lui ajouter 1, on a alors $\varphi^2=2.618$. Le nombre d'or peut également s'écrire sous la forme d'une suite de racines carrées de 1 imbriquées.

II-Domaines où l'on retrouve le nombre d'or

La suite de Fibonacci et le nombre d'or sont des éléments mathématiques que l'on a forcément déjà rencontrés sans même nous en rendre compte. En effet ils sont présents dans de nombreux domaines tels que la peinture, l'architecture ou même simplement dans la nature.

L'exemple le plus basique est celui d'une carte bleue. Elle est ce qu'on appelle un « rectangle d'or » c'est-à-dire qu'il s'agit d'un rectangle dont la proportion des deux côtés est le nombre d'or. Beaucoup de livres fonctionnent de la même manière dans leur format.

- **Peintures**

En ce qui concerne le domaine de l'art phi et omniprésent. Un exemple notoire de son application est L'homme de Vitruve de Léonard de Vinci qui représente les proportions idéales du corps humain et qui fait donc appel au nombre d'or. La hauteur totale de l'homme vaut 1.618 fois sa hauteur des pieds au nombril.

L'œuvre La naissance de Vénus de Sandro Botticcelli en est un autre exemple. Le tableau en lui-même est un rectangle d'or et lorsque on l'analyse on découvre une multitude de représentations du nombre d'or sous différentes formes.

- **Architecture**

Ensuite dans le domaine de l'architecture, de nombreux monuments et ce depuis des siècles, suivent les codes du nombre d'or. Au 5^{e} siècle avant JC, Phidias, qui comme je l'ai dit au tout début de mon oral, est à la base de l'appellation du nombre d'or, a conçu le Parthénon en suivant les proportions d'or. L'édifice en lui-même est contenu dans un rectangle d'or.

Plus récemment au 20^{e} siècle Le Corbusier a inventé le modulor. Il s'agit d'une échelle pour concevoir un habitat dans lequel un homme de taille standardisée puisse avoir de l'espace. Chaque dimension de cette échelle a un rapport avec le nombre d'or et elles suivent la logique de la suite de Fibonacci. En effet chaque mesure de ce système est le résultat de la somme des deux précédentes. C'est un utilisant le modulor que Le Corbusier a conçu la Cité Radieuse de Marseille.

- **Nature**

Pour finir on retrouve des représentations du nombre d'or et de la suite de Fibonacci dans la nature. Dans le domaine animal la coquille du nautile ou de l'escargot, par exemple est ce qu'on appelle une spirale dorée ou spirale logarithmique. C'est une spirale qui se dessine à partir d'une suite infinie de rectangle d'or. On retrouve ce même motif dans l'espace avec les galaxies.

Dans le domaine végétal on retrouve la suite de Fibonacci dans toutes les plantes à spires c'est-à-dire dans les ananas, les tournesols, les pommes de pin… Dans ces plantes, si l'on compte le nombre de spires qui vont dans un sens et celles qui vont dans l'autre sens, on retrouve toujours 2 nombres consécutifs de la suite de Fibonacci. Pour l'ananas par exemple en peut trouver les nombres 8 et 13. Ici la présence du nombre d'or est dû à un principe d'optimisation de l'espace présent.

Conclusion

Ainsi après avoir expliqué ce qu'étaient le nombre d'or et la suite de Fibonacci, on a vu qu'il est clair que ce nombre guide le monde dans lequel on vit et qu'il est omniprésent.