Exercice 20

Illustration géométrique de la moyenne et de l'écart type dans un cas très simple

On considère une série statistique portant sur deux individus : 1 ; 5.
Le plan est supposé muni d'un repère orthonormal d'origine O.
Cette série peut être représentée par le point M de coordonnées (1 ; 5). On considère la première bissectrice du repère, c'est-à-dire la droite $\mathscr{D}$ d'équation $y = x$.

Soit N le point de coordonnées (5 ; 1).
Soit H le milieu du segment [MN].

1. Déterminer les coordonnées du point H.

Rappel : dans un repère orthonormé, si A (x_A, y_A) et B (x_B, y_B), alors les coordonnées du milieu I du segment [AB] sont :
$x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

2. Déduire de la question précédente que le point H appartient à la droite $\mathscr{D}$.

3. Déterminer le coefficient directeur de la droite (MN).

4. En déduire que les droites (MN) et $\mathscr{D}$ sont perpendiculaires.

On pourra utiliser le résultat suivant : le plan étant muni d'un repère orthonormal, deux droites dont les coefficients directeurs m et m' vérifient $m \times m' = -1$ sont perpendiculaires.

5. Déterminer HM^2.

On pourra utiliser le résultat suivant : si A (x_A, y_A) et B (x_B, y_B), alors $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$.

6. On note V la variance de la série statistique 1 ; 5.

a. Vérifier que $V = \dfrac{(1-3)^2 + (5-3)^2}{2}$.

b. En déduire que $V = \dfrac{HM^2}{2}$.

7. Si s désigne l'écart type de cette série statistique, déduire de la question précédente que $s = \dfrac{HM}{\sqrt{2}}$ puis que $HM = s\sqrt{2}$.