3/ $z' = \dfrac{z - 1 + 2i}{z - i} = \dfrac{z - z_A}{z - z_B}$

$z' \in \mathbb{R} \Rightarrow \dfrac{z - z_A}{z - z_B} \in \mathbb{R}$

$\dfrac{z - z_A}{z - z_B} = k \;,\; k \in \mathbb{R}$

$(z - z_A) = k(z - z_B)$

$\overrightarrow{AM} = k\,\overrightarrow{MB}$

donc c'est la droite (AB) privée de B

$z' \in i\mathbb{R}$ $\qquad \dfrac{z - z_A}{z - z_B} = i \times k$

$\arg(i \times k) = \dfrac{\pi}{2}\,(\pi) = \arg\left(\dfrac{z - z_A}{z - z_B}\right)$

$\arg(z - z_A) - \arg(z - z_B) = \dfrac{\pi}{2}$

$(\overrightarrow{OU}, \overrightarrow{AM}) - (\overrightarrow{OU}, \overrightarrow{BM}) = \dfrac{\pi}{2}$

$(\overrightarrow{OU}, \overrightarrow{AM}) + (\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{OU}) = \dfrac{\pi}{2}$

$(\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{OU}) + (\overrightarrow{OU}, \overrightarrow{AM}) = (\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{AM}) = \dfrac{\pi}{2}$

$= (\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA}) = \dfrac{\pi}{2}$

$\widehat{AMB} \Leftrightarrow$ AMB est rectangle en M

$\Leftrightarrow$ c'est le cercle de diamètre [AB]