BTS **DEVOIR MAISON N°1** **pour avant le 12 Janvier 2018**

Exercice 1 :

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $\left(O,\vec{i};\vec{j}\right)$ d'unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses et 1cm sur l'axe des ordonnées .

Partie A :

Tracer , sans étude préalable , mais avec grand soin , la courbe Γ d'équation : $y=e^x+1$

Partie B : On considère la fonction f de la variable x définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x-1}$.

On note Cf sa courbe représentative dans le plan .

1. a. Montrer que pour tout x de l'intervalle $]0;+\infty[$: $f(x)=\dfrac{e^x}{1-e^{-x}}$.

En déduire la valeur de la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.

   b. Etudier la position de la courbe Cf par rapport à la courbe Γ .

   c. Calculer $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$. En déduire une équation d'une droite asymptote à la courbe Cf .

2. a. On note f' , la fonction dérivée de f . Calculer $f'(x)$, pour tout réel x de $]0;+\infty[$.

Vérifier que , pour tout réel x de $]0;+\infty[$, $f'(x)$ a le même signe que $\left(e^x-2\right)$ et déterminer ce signe .

   b. Etablir le tableau de variation de f .

Exercice 2 :

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$. On considère les nombres complexes suivants :

$z_A=\sqrt{2}+i\sqrt{6}$ et $z_B=2-2i$. On pose $Z=\dfrac{z_A}{z_B}$.

1. Ecrire Z sous forme algébrique.
2. a. Calculer le module et un argument de z_A et z_B.
   b. En déduire le module et un argument de Z .
   c. Ecrire Z sous forme trigonométrique.
3. Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\dfrac{7\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{7\pi}{12}$.
4. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. Les points A et B ont pour affixes respectives z_A et z_B. Déterminer la nature du triangle OAB.

Exercice 3 :

Soit $P(x)$ le polynôme défini sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x)=14x^3+11x^2-16x-9$$

1. Calculer $P(-2)$ et $P(1)$. En déduire une factorisation de $P(x)$.
2. Résoudre $P(x)=0$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes où x est l'inconnue :
   a $14e^{3x}+11e^{2x}-16e^x-9=0$
   b $14\ln^3 x+11\ln^2 x-16\ln x-9=0$
   c $2\ln x+\ln(14x+11)=\ln(16x+9)$
   d $14\sin^3\left(3x+\dfrac{\pi}{2}\right)+11\sin^2\left(3x+\dfrac{\pi}{2}\right)-16\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{2}\right)-9=0$