exercice 80 p 103

DM de Maths

(1)

Partie A :

1) La courbe d'une fonction admet une asymptote horizontale si la limite de la fonction en $+\infty$ ou $-\infty$ est finie, ~~c'est~~ soit un nombre ℓ, ce qui signifie que tout intervalle ~~ouvert~~ ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs $f(x)$ pour tous les nbres x suffisament grands.

Ici, f est définie sur $[0; +\infty[$ donc il s'agit de la limite en $+\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x-1}{x+1} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x}{x} = 1$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{e^x} = 0$

Donc $\lim \frac{x-1}{x+1} - e^{-x} = 1$

Par conséquent, la courbe $\mathcal{C}$ admet une asymptote horizontale d'équation $\boxed{y = 1}$.

2) Pour étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$, on commence par chercher la dérivée de la fonction.

- $f'(x) = \frac{(x+1) - (x-1)}{(x+1)^2} - (-e^{-x}) = \frac{2}{(x+1)^2} + e^{-x}$

- $(x+1)^2 > 0$ donc $\frac{2}{(x+1)^2} > 0$

- La fonction exponentielle est toujours positive, elle ne s'annule jamais donc $e^{-x} > 0$.

- Donc

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	-2 $\nearrow$ 1