❷ **a)** Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $1^3 + 2^3 + ... + n^3 \leq n^4$.

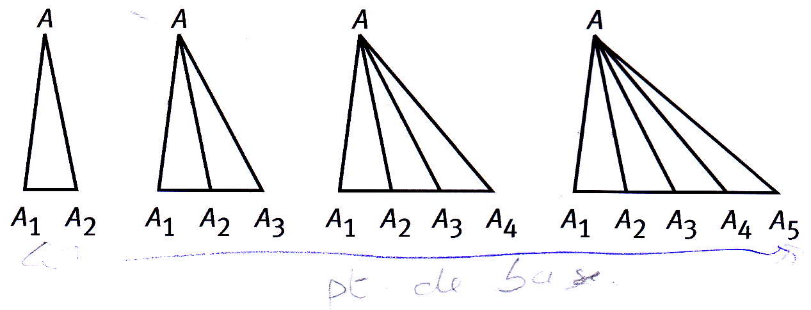
b) En déduire, à l'aide de l'encadrement (E), que , pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $v_n - \frac{1}{6n^2} \leq u_n$.

❸ Montrer que $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \frac{1}{2}$. En déduire que la suite (u_n) est convergente vers un réel **que l'on** précisera.

Exercice 4 *(5 points)*

Regarder p.75 Fiches maths.

On considère l'algorithme de construction dont les premières étapes sont donnés par les figures ci-dessous.



On convient d'appeler « points de base » les points A_1, A_2, A_3, etc.

On s'interroge sur le nombre total t_n de triangles que comporte la figure lorsque l'on considère n points de base où $n \geq 2$.

❶ **a)** Dénombrer les triangles obtenus lorsque la figure comporte deux, trois puis quatre points de base.

b) Montrer que, pour tout $n \geq 2$, $t_{n+1} = t_n + n$.

❷ **a)** Écrire un algorithme donnant le nombre de triangles que comporte la figure lorsque l'on considère N points de base.

b) En implémentant cet algorithme sur la calculatrice, donner la valeur de t_{100}.

❸ Dans cette partie, on souhaite déterminer l'expression de t_n en fonction de n.

a) Représenter graphiquement les 10 premiers termes de la suite (t_n).

b) Expliquer en quoi l'allure du nuage de points obtenu permet de conjecturer que, pour tout $n \geq 1$, $t_n = an^2 + bn + c$ où a, b et c sont des réels.

c) Déterminer les réels a, b et c puis démontrer la formule obtenue par récurrence.

■

N'oubliez pas de joindre la notice individuelle que vous trouverez dans ce livret, avec le 1er devoir, pour le professeur correcteur. Elle est également téléchargeable sur votre site de formation.