Soit [AB] un segment de longueur 10. Soit M un point de ce segment et soit les points P et Q tels que les triangles (tracés du même côté de (AB)) APM et MQB soient rectangles et isocèles respectivement en P et Q.
Faire la figure avec AM = 7.

1. On pose AM = x ; exprimer PQ^2 en fonction de x.
2. Où doit-on placer M pour avoir $PQ^2 = 6$?
3. Donner la forme canonique de l'expression de PQ^2 et en déduire le minimum de PQ^2.
4. Retrouver ce résultat en utilisant la dérivée de la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 10x + 50$ et en dressant son tableau de variation.
5. Déduire des questions précédentes un encadrement de la longueur PQ.
6. Construire le point I d'intersection des droites (AP) et (BQ). Démontrer alors que IM = PQ et retrouver géométriquement le minimum de PQ.
7. Exprimer l'aire du quadrilatère MPIQ en fonction de x et déterminer la valeur de x pour laquelle son aire est maximale.