SUITES - RAISONNEMENT PAR RECURRENCE

I. Révisions de 1ère S sur les suites :

1. Définition :

Soit p un entier naturel. Une suite définie pour $n \geq p$ est une fonction $n \longrightarrow u_n$, qui à tout entier $n \geq p$ associe un nombre réel u_n.

Elle peut être définie :

- Soit par une **formule** (exemple : $u_n = n^2 - n$)
- Soit par le **terme initial** et une **relation de récurrence** (exemple : $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 4 \end{cases}$)

Déterminer le troisième terme des suites suivantes :

a. $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n - 4 \end{cases}$ b. $u_n = \dfrac{1}{n(n+1)}$, $n \in \mathbb{N}^*$ c. $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+2u_n} \end{cases}$.

2. Suites arithmétiques- Suites géométriques :

Parmi les suites proposées, lesquelles sont arithmétiques, géométriques, ni l'une ni l'autre ?

a. $u_n = -3 \times 2^n$ b. $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = -5u_n + 3 \end{cases}$ c. $u_n = 3 - 5n$ d. $u_n = 2^n - 3$.

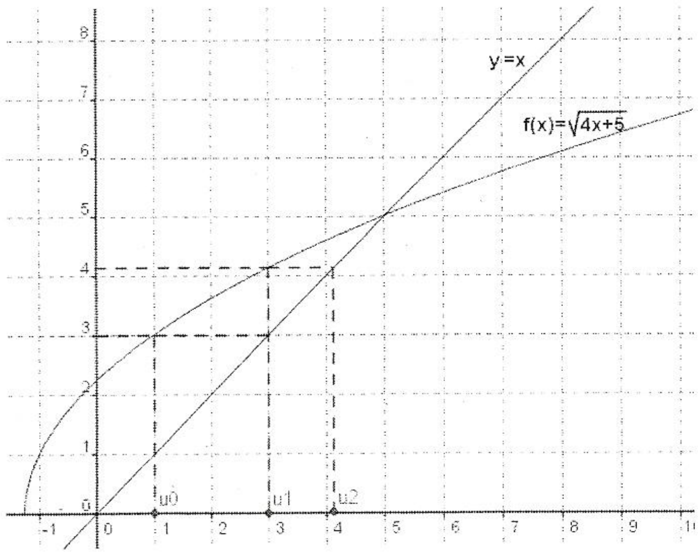
3. Représentation graphique associée une suite définie par récurrence

a. Définir la suite dont les premiers termes sont représentés ci-contre.

b. Construire sur le même graphique les termes u_3 et u_4.

c. Conjecturer le sens de variation de la suite.

d. De quel réel, u_n semble t- il se rapprocher lorsque n augmente ?



4. Etudier le sens de variation d'une suite

Définitions :

Une suite (u_n) est croissante à partir du rang n_0 lorsque pour tout entier $n \geq n_0$, $u_{n+1} \geq u_n$.

Une suite (u_n) est décroissante à partir du rang n_0 lorsque pour tout entier $n \geq n_0$, $u_{n+1} \leq u_n$.

Parmi ces suites lesquelles sont croissantes ; lesquelles sont décroissantes ; lesquelles ne sont ni l'une ni l'autre ?

a. $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = u_n(1 - u_n) \end{cases}$ b. $\begin{cases} u_0 = -10 \\ u_{n+1} = -\dfrac{u_n}{5} \end{cases}$ c. $u_n = \dfrac{n}{2n+1}$.

Aide : Etudier éventuellement le signe de $u_{n+1} - u_n$.