TS **DEVOIR N°1** **Pour vendredi 14 septembre**

Exercice 1 : Etude d'une suite

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n - \frac{1}{2}$.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.

2) La suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier.

3) A l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de u_{20} à 10^{-4} près.

4) Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n - 1$.
   a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
   b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.
   c) Retrouver alors u_{20}.

5) Calculer $S_1 = \sum_{i=0}^{i=20} v_i$; en déduire $S_2 = \sum_{i=0}^{i=20} u_i$.(On donnera les valeurs exactes puis approchées à 10^{-4} près) .

6) Ecrire un algorithme permettant d'obtenir la valeur de u_{20}.

Remarque : On pourra utiliser les indications données pages 394, 411 ou 416.

Exercice 2 : Désintégration du carbone 14

La matière vivante retient dans ses tissus du carbone 14.

Après la mort, le carbone 14 radioactif se désintègre à raison de 12 pour mille tous les 100 ans.

C'est en mesurant cette désintégration que les archéologues procèdent à des datations.

Un échantillon de matière contient 5 grammes de carbone 14.

1) Combien en contiendra-t-il dans 100 ans ? Dans 1000 ans ? Dans 3500 ans ? (On donnera les valeurs approchées à 10^{-2} près) .

2) Au bout de combien d'années, la masse de carbone 14 de l'échantillon aura-t-elle diminué de moitié ? (On expliquera bien la méthode employée)

3) Soit u_n la masse de carbone 14 présente dans l'échantillon au bout de ($n \times 100$) ans ; Ecrire un algorithme qui détermine la valeur de l'entier n à partir de laquelle : $u_n \leq 2.5$.