

85 Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x - \ln x} \text{ si } x \neq 0 \text{ et } f(0) = -1.$$

On note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ du plan (unités graphiques : 1 cm en abscisse et 2 cm en ordonnée).

- 1) a) Démontrer que f est continue en 0.
- b) Démontrer que f est dérivable en 0 et déterminer $f'(0)$. Que peut-on en déduire pour \mathcal{C}_f ?
- 2) Étudier la limite de f en $+\infty$ et interpréter graphiquement le résultat.
- 3) Étudier les variations de f sur $[0 ; +\infty[$.
- 4) Dresser le tableau de variation de f sur $[0 ; +\infty[$.
- 5) Tracer \mathcal{C}_f .