Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie par :
$u_0 \in \mathbb{N}, u_0 \geq 4$,
Et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n - 3$.

1) Soit (v_n) la suite définie par :
   Pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 3$
   (a) Démontrer que v_n est une suite géométrique

$$v_{n+1} = u_{n+1} + 3$$
$$v_{n+1} = 2u_n - 6$$
$$v_{n+1} = 2v_n$$

v_n est une suite géométrique de raison 2

   (b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis celle de u_n en fonction de n.

$$v_n = v_0 \cdot 2^n$$
$$v_n = (u_0 - 3) \cdot 2^n$$
$$u_n = v_n + 3$$
$$u_n = (u_0 - 3) \cdot 2^n + 3$$

2) Déterminer les entiers u_0 tels que : pour tout entier naturel n, 3^{u_n} est le cube d'un entier naturel.
   ?

3) On suppose $u_0 = 4$.
   Déterminer toutes les valeurs de n telles que $3^{u_n} - 1$ est un multiple de 11.
   ?