

3. $\forall m \in \mathbb{N}, m+1, m+2 > 0$

$$U_{m+1} - U_m = 1,2^m \frac{(a \times m + b)}{(m+1)(m+2)}$$

Donc $\forall m \in \mathbb{N}, (m+1)(m+2) > 0$

Ainsi $U_{m+1} - U_m \geq 0$

Donc U_m est décroissante

Exercice 115 p 164

1. a. $U_0 = 1$ $U_{m+1} = \frac{5U_m}{2U_m + 5}$ $U_1 = \frac{5}{7}$ $U_2 = \frac{5}{9}$ $U_3 = \frac{5}{11}$

$$U_{0+1} = \frac{5 \times 1}{2 \times 1 + 5} = \frac{5}{7} \quad U_{1+1} = \frac{5 \times \frac{5}{7}}{2 \times \frac{5}{7} + 5} = \frac{5}{9} \quad U_{2+1} = \frac{5 \times \frac{5}{9}}{2 \times \frac{5}{9} + 5} = \frac{5}{11}$$

b. U_m est pas une suite arithmétique car si U_m est une suite arithmétique si et seulement si $U_1 + U_3 = 2U_2$

$$U_1 + U_3 = \frac{5}{7} + \frac{5}{11} = \frac{55}{77} + \frac{35}{77} = \frac{90}{77} \approx 1,16$$

$$2U_2 = 2 \times \frac{5}{9} = \frac{10}{9} \approx 1,11 \quad \text{Donc } U_1 + U_3 \neq 2U_2$$

c. $\frac{1}{U_0} = \frac{1}{1} = 1$ $\frac{1}{U_1} = \frac{1}{\frac{5}{7}} = \frac{7}{5} = 1,4$ $\frac{1}{U_2} = \frac{1}{\frac{5}{9}} = \frac{9}{5} = 1,8$ $\frac{1}{U_3} = \frac{1}{\frac{5}{11}} = \frac{11}{5} = 2,2$

On constate que c'est une suite croissante de raison 0,4

2. a. $V_m = \frac{1}{U_m}$ $V_1 + V_3 = 2V_2$ $V_1 + V_3 = 1,4 + 2,2 = 3,6$ $V_1 + V_3 = 2V_2$
 $2V_2 = 2 \times 1,8 = 3,6$

V_m est une suite arithmétique de 1^{er} terme $V_0 = \frac{1}{U_0} = 1$ et de raison 0,4

b. $V_m = V_0 + mn$ $V_m = 1 + 0,4m$ on a $V_m = \frac{1}{U_m}$ alors $U_m = \frac{1}{V_m} = \frac{1}{1+0,4m}$