

DEVOIR 1

Ce devoir est à réaliser sous forme numérique :
connectez-vous à votre site de formation www.cned.fr > espace inscrit
et suivez nos conseils pratiques pour déposer votre devoir et le faire corriger par internet.

IMPORTANT

Veillez réaliser ce devoir après avoir étudié **la séquence 2**.

« La réalisation de vos devoirs est un travail personnel permettant d'évaluer vos acquisitions et de construire votre projet d'orientation. Sauf consignes contraires, il est obligatoire de les réaliser dans les conditions de l'examen, c'est-à-dire en temps limité, sans recopier des contenus issus de supports extérieurs au sujet (internet, cours du CNED, manuels scolaires...). Le cas échéant, si vous avez besoin de vous référer à un passage issu d'un support extérieur, mettez-le entre guillemets et citez votre source. Tout travail non personnel sera sanctionné.»

Temps de réalisation du devoir : 2h00

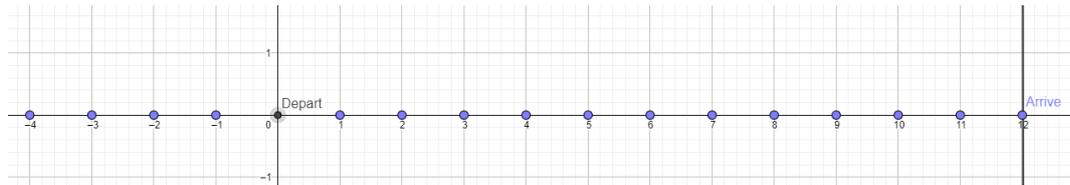
1 – Questions de cours (2 points)

1. Que signifie déterminer la loi d'une variable aléatoire X d'univers Ω ?
2. La succession de deux épreuves indépendantes peut-elle être modélisée par un tirage de 2 bonbons sans remise ?
3. Soient A, B et C trois événements d'un univers Ω tel que $\Omega = A \cup B \cup C$. Peut-on affirmer que les événements A, B, C forment une partition de l'univers ?
4. L'affirmation $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ est-elle toujours vraie ?

2 – Exercice 1 (8 points)

Un kangourou se déplace sur un chemin de pierre en pierre. Il arrive à une rivière qu'il veut traverser. Il se trouve au point "départ". Pour cela, il doit sauter de pierre en pierre. Il y a 12 pierres, et le kangourou aura réussi s'il atteint la 12ème pierre qui se trouve au point "Arrivé". Le problème est que comme il y a beaucoup de courant, le kangourou n'est pas rassuré et son évolution est la suivante :

Il se déplace au hasard et une fois sur 3, il avance d'une pierre, une fois sur trois, il recule d'une pierre, le reste du temps, il avance de deux pierres.



1) (2pts)

a) Dans le meilleur des cas, combien de sauts minimums doit faire le kangourou pour atteindre Arrivé ?

b) Quelle est la probabilité que cet événement se produise ? (Vous en donnerez une valeur approchée au dix-millième)

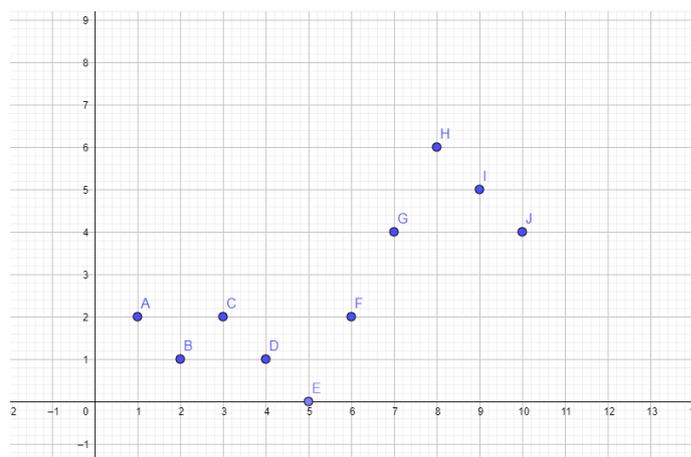
2) (2pts)

On représente sur le graphique ci-dessous un déplacement possible du kangourou, où l'on a mis en abscisse le nombre de sauts effectués et en ordonnée le point d'arrivée du kangourou.

a) combien de sauts a fait le kangourou au total ? a-t-il atteint l'arrivée ?

b) est-il repassé par le point le départ au cours de ses sauts ?

c) Si l'on s'intéresse au moment symbolisé par le point H, avait-il encore une chance d'atteindre l'arrivée à ce moment-là ? (avec le même nombre de sauts que vous avez trouvé en question 2a).



3) (2pts)

On simule l'expérience précédente à l'aide d'un programme écrit en langage Python.

Compléter la fonction suivante , et expliquer ce que signifie le résultat renvoyé.

```
from random import *
def traverse():
    x=0
    for i in range(...):
        saut=random()
        if saut<1/3:
            x=x+2
        elif saut...:
            x=x+1
        else:
            x=x-1
    if x>=12:
        return 1
    else:
        return 0
```

4) (2pts)

On complète le script avec la fonction suivante :

```
def prob_traverse(n):
    nbre_reussite=0
    for i in range(n):
        nbre_reussite=nbre_reussite+traverse()
    return nbre_reussite/n
```

a) Quel est le rôle de la fonction prob_traverse ?

b) lors de l'exécution à 5 reprises de prob_traverse(10000) , on obtient par exemple les résultats suivants: 0,1096 - 0,109 - 0,1087 - 0,1081 - 0,1103

Que peut-on en déduire ?

Conseils / méthodologie

1b) lorsque deux événements A et B sont indépendants , la probabilité

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

2) Il suffit de lire le graphique , sachant que l'on a le nombre de sauts en horizontal , et la distance à l'origine en vertical.

3) Pour l'algorithme , penser que le nombre de sauts a été défini dans la question précédente , et que elif signifie sinon si , c'est-à-dire est exécuté si la condition précédente est fausse et si la condition précisée dans le elif est vraie

4) Attention à ne pas confondre fréquence et probabilité . Ce n'est pas la même chose.

3 – Exercice 2 (10 points)

Charlie est perturbé par le confinement, et ne sait plus trop où il en est. Mardi, il doit se rendre à l'école, et il y a une chance sur 3 qu'il oublie d'amener sa trousse.

Le lendemain, le mercredi, il récidive, mais comme il s'est fait tirer les oreilles par sa maîtresse, il n'y a plus que 1 chance sur 4 qu'il l'oublie s'il l'a oublié la veille.

On appelle les événements :

O1 : " Charlie a oublié de prendre sa trousse Mardi "

O2 : "Charlie a oublié de prendre sa trousse Mercredi"

1) Précisez les valeurs $P(O1)$ et $P_{O1}(O2)$ (1pt)

2) Construire un arbre pondéré récapitulatif de la situation en complétant ce qu'il est possible de compléter (1pt)

3) (3pts)

On sait de plus que $P(O2) = \frac{11}{36}$.

a) Calculer la probabilité que Charlie n'ait pas oublié sa trousse le premier jour et l'ait oublié le deuxième (résultat donné sous forme de fraction irréductible)

b) Calculer la probabilité que Charlie ait oublié sa trousse le deuxième jour sachant qu'il ne l'a pas oublié le premier

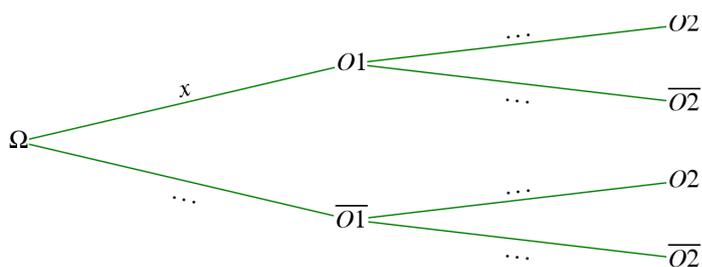
4) (5pts)

Dans cette question , on souhaiterait que la probabilité que Charlie oublie sa trousse le Mercredi soit égale à 0,3. Pour cela, on veut déterminer quelle valeur x on devrait

donner à $P(O1)$ pour atteindre cette probabilité , sachant que l'on a $P_{O1}(O2) = \frac{1}{4}$ et

$$P_{\overline{O1}}(O2) = \frac{1}{3}$$

a) Compléter l'arbre de probabilité correspondant à la situation



b) Déterminer x et conclure.

Conseils / méthodologie

- 1) Attention au verbe utilisé. Ici, il est noté "préciser", vous n'avez donc pas de calcul à faire.
 - 3) Penser à la formule des probabilités totales : Il faut revenir à la formule du cours sur une probabilité conditionnelle.
 - 5) Vous serez amené à résoudre une équation.
- Attention pour utiliser un théorème , il faut le citer et ne pas se contenter d'écrire les calculs et donner les conditions d'application
 - Lorsque vous devez calculer une probabilité , commencer par écrire quelle est la probabilité recherchée avant d'entamer des calculs.
 - Attention à respecter la façon de présenter les résultats : vous demande-t-on un nombre exact ? une valeur approchée ? et dans ce cas , avec quel arrondi ?