

Fonctions 2 : Recettes, coûts et bénéfices

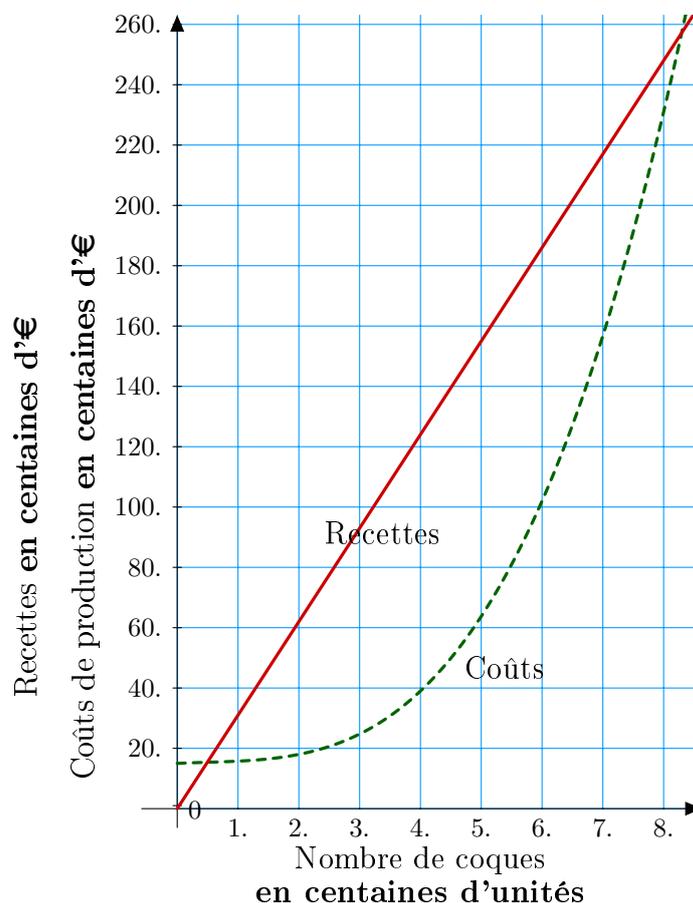
Un entrepreneur lance sur le marché de nouvelles coques haut de gamme pour les téléphones mobiles.

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes représentant les recettes (en trait plein) et les coûts (en pointillés), en fonction du nombre de produits fabriqués exprimé **en centaines d'unités**.

La production est comprise entre 0 et 850 unités.

Les recettes et les coûts sont exprimés **en centaines d'euros**.

On admet que toute la production est vendue.



1. À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes :

- Combien faut-il vendre de produits pour avoir une recette égale à 14 000 euros ?
- Combien de produits doit-il fabriquer et vendre pour obtenir un bénéfice égal à 0 ?

2. • La recette totale, exprimée en centaines d'euros par centaines d'unités vendues, est donnée par la fonction R définie sur $[0 ; 8,5]$ par $R(x) = 31x$

• Le coût total, exprimé en centaines d'euros par centaines d'unités produites, est donné par la fonction C définie sur $[0 ; 8,5]$ par $C(x) = 0,5x^3 - 0,75x^2 + 1x + 15$.

(a) Calculer la recette et le coût pour 300 produits fabriqués et vendus.

En déduire le bénéfice correspondant.

(b) On note B la fonction bénéfice définie sur $[0 ; 8,5]$ par $B(x) = R(x) - C(x)$.

Montrer que $B(x) = -0,5x^3 + 0,75x^2 + 30x - 15$ sur l'intervalle $[0 ; 8,5]$.

(c) Calculer $B'(x)$, où B' désigne la fonction dérivée de B .

(d) Montrer que $B'(x) = -1,5(x + 4)(x - 5)$

(e) En déduire le tableau de signe de $B'(x)$ puis le tableau de variation de B sur $[0 ; 8,5]$.

(f) Déterminer le nombre de coques à fabriquer pour obtenir un bénéfice maximal et calculer ce bénéfice maximal.