⑰ Matrice de passage, matrices semblables

♡ **matrice de passage**

Soit E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension n et $\mathcal{E} = (e_1, \dots, e_n)$ et $\mathcal{E}' = (e'_1, \dots, e'_n)$ des bases de E. Pour tout j de $\{1, \dots, n\}$ on note $\begin{pmatrix} p_{1j} \\ \vdots \\ p_{nj} \end{pmatrix} = \mathrm{Mat}(e'_j; \mathcal{E})$ c'est à dire que $e'_j = \sum_{i=1}^{n} p_{ij} e_i$.

On appelle alors **matrice de passage** de la base $\mathcal{E}$ à la base $\mathcal{E}'$ la matrice notée $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}$ définie par

$$P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'} = (p_{ij})_{\substack{1 \leqslant i \leqslant n \\ 1 \leqslant j \leqslant n}}$$

$$P = \begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} e'_1 & \cdots & e'_n \end{array} & \\ \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ p_{n1} & \cdots & p_{nn} \end{pmatrix} & \begin{array}{c} e_1 \\ \vdots \\ e_n \end{array} \end{array}$$

♣ $\mathcal{E}$ et $\mathcal{E}'$ étant des bases de E, $P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}$ est inversible et

$$\left(P_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}'}\right)^{-1} = P_{\mathcal{E}'}^{\mathcal{E}}.$$