

Devoir maison 2

Exercice 1 – Une histoire d'emprunt historique

Voici un problème extrait d'un ouvrage de Leonhard EULER (1707-1783) intitulé *Introduction à l'analyse infinitésimale* et publié en 1748.

Un particulier doit 400 000 florins, dont il est convenu de payer, tous les ans, l'intérêt à 5% ; il acquitte tous les ans 25 000 florins. On demande après combien d'années sa dette sera entièrement éteinte.

On notera u_n la somme due la n -ième année. Ainsi, $u_0 = 400\,000$.

1. Comme d'hab : une p'tite bio de M. Euler (4/5 lignes... et c'est peu pour un tel bonhomme!)
2. Justifier que pour tout n entier, on a

$$u_{n+1} = 1,05u_n - 25\,000$$

3. On pose $v_n = u_n - 500\,000$.

Démontrer que la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique de raison 1,05.

4. En déduire une expression de v_n puis de u_n en fonction de n .
5. Déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
En déduire que le problème d'EULER admet une solution.
6. Répondre au problème.

Exercice 2 – Ballade sur un quadrillage

Combien existe-t-il de trajets reliant les points A et B ?

Attention, vous ne pouvez vous déplacer que vers la droite et vers le bas en suivant le quadrillage.

