

Exercice 1:  
 $Z = X^2$  avec  $X \hookrightarrow \mathcal{U}_b([0, 1]) \Rightarrow P(X \leq \alpha) = \begin{cases} 0 & \text{si } \alpha < 0 \\ \frac{\alpha - 0}{1 - 0} = \alpha & \text{si } 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases}$

$0 \leq X \leq 1 \Rightarrow 0 \leq X^2 \leq 1$  alors  $Z(\Omega) = [0, 1]$

Fonction de répartition de  $Z$

$F_Z(x) = P(Z \leq x) = P(X^2 \leq x)$   
 $= \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \quad (\text{impossible d'avoir } X^2 \leq x) \\ \sqrt{x} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{sinon car } x > 1 \Rightarrow x > 1. \end{cases}$

$\begin{cases} X^2 \leq x \Rightarrow X \leq \sqrt{x} = \alpha. \\ 0 \leq X \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \alpha \leq 1 \\ \text{or } P(X \leq \alpha) = \alpha. \end{cases}$

Densité' de  $Z$

$f_Z(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$