

Devoir en temps libre – ST2S – Confinement 2020

Toutes les réponses doivent être justifiées au maximum !!

Pour profiter correctement de cette période de confinement, nous allons nous pencher sur plusieurs petits exercices à faire tout au long de cette période de vacances. Et comme nous en sommes en Beauce, quoi de mieux que de tenter de comprendre un peu comment fonctionne l'agriculture ? Pour cela, jetons un œil au quotidien de Vincent, agriculteur.

Première semaine :

Lundi : Aujourd'hui il a plu 0,5 mm d'eau. Combien cela fait-il de litres d'eau par hectares ? Rappelons qu'un hectare correspond à 10 000 mètres carrés.

Mardi : Vincent se promène dans son champ de 20 hectares de Colza. Il espère comme l'année dernière obtenir 3,5 tonnes de Colza par hectare comme en 2019. Il sait que son Colza contient 44% d'huile. Combien d'huile peut-il espérer produire en 2020 ?

Mercredi : Aujourd'hui Vincent va semer des betteraves à sucre. Il a un champ de 70 hectares prévu à cet effet avec un semoir de 5,4 m de large. Combien de kilomètres devra-t-il parcourir en tracteur ?

Jeudi : Aujourd'hui, après ses kilomètres en tracteur, Vincent décide de faire les menus travaux de sa ferme ; et il commence sa journée par un copieux petit déjeuner avec une bonne tartine de pain. Il se demande d'ailleurs combien de baguettes de pain peut fournir son exploitation. Il dispose de 23 hectares de blé tendre d'hiver et de 15 hectares de blé tendre de printemps et il sait qu'un hectare de blé permet approximativement de fabriquer 25 000 baguettes.

Vendredi : Lors de ses semis, Vincent va apporter à ses cultures des engrais azotés. Au total pour la nutrition de ses cultures, il devra apporter 130 kg d'engrais par hectare, à raison d'une dilution pour pouvoir répandre l'azote, avec une concentration de 39 kg d'azote pour 100 L de mélange à répandre.

Hier après-midi il a déjà eu le temps d'apporter 200 L par hectare ; combien de litres lui reste-t-il à répandre par hectare aujourd'hui ?

Samedi : Aujourd'hui, Vincent a encore du travail, mais vous avez de la chance, c'est le week-end pour vous, vous pourrez continuer ce Devoir Maison dès lundi.

Deuxième semaine :

Lundi : Aujourd'hui Vincent va semer des pois sur une parcelle de 4 hectares. Il compte en semer 100 par mètre carré. Il vient de peser 500 pois et trouve un poids de 125 g ; combien de kilogrammes de pois doit-il se munir pour semer l'intégralité de son champ ?

Mardi : Ce mardi sur un champ de 38 hectares, Vincent sème de nouveau des betteraves avec son semoir de 5,4 m de large, constitué de 12 rangs de 45 cm de large. Il a semé 118 421 graines par hectares. Il sait que plus tard, il devra utiliser son pulvérisateur pour apporter de l'engrais à son champ, celui-ci a une largeur de 27 m. En ne semant pas ses futurs passages de pulvérisateur tous les 27 m ; combien de betteraves a-t-il évité d'écraser avec son tracteur ? Pour cela, il se souvient qu'un rang de son semoir correspond à la largeur d'une roue de son tracteur.

Mercredi : Aujourd'hui Vincent laboure 2 parcelles de 8,5 et 7,5 hectares, à raison de 2 hectares à l'heure. Il commence à 9h du matin, quand sera-t-il de retour chez lui ?

Jeudi : Pour finir la semaine, Vincent cherche maintenant à acheter une maison en ville pour son fils. Pour étudier le plan de financement, il ne lui faudra pas forcément plus de temps que pour les autres tâches accomplies depuis le début de ce devoir, il se pourrait néanmoins que cette question soit plus compliquée que les précédentes, c'est pour cela que cette question est la dernière de ce Devoir Maison. Et celle qui rapportera le plus de points bien sûr.

Il a besoin d'emprunter 100 000€ et il a trouvé une banque qui propose des prêts à 2,70% par an. Jusqu'ici il payait les 600€ mensuels du loyer de l'appartement étudiant parisien de son fils. Pour maintenir son niveau de vie, il décide de payer des mensualités égales à cette somme.

Comment fonctionne réellement un crédit immobilier ? Chaque mois, Vincent va payer un pourcentage du total d'argent qu'il lui reste à rembourser (pourcentage correspondant au douzième du taux annuel) : ce sont les frais du crédit. En plus de ces intérêts, il rembourse bien entendu l'argent emprunté (c'est le principe), et comme il ne veut pas excéder des mensualités de 600€, il rembourse donc le complément des frais de crédit pour atteindre 600€.

- Quel est le taux mensuel qui va servir à calculer les intérêts du crédit de Vincent ?
- Grâce à ce taux annuel, calculer les intérêts que Vincent devra payer lors du premier mois, sachant que lors de ce mois, la somme qu'il doit rembourser est donc l'intégralité de ce qu'il a emprunté.
- Combien rembourse-t-il réellement de la somme empruntée à la banque lors de ce premier mois ?
- Calculer de la même manière le détail de ses mensualités lors de la 1^{ère} année de remboursement, en séparant mois par mois le montant des intérêts et le montant mensuel qu'il rembourse réellement sur la somme totale empruntée au début.
- Sur la totalité de la première année, combien d'argent Vincent a-t-il réellement remboursé à sa banque ? Et combien a-t-il payé en intérêts ?

Le fonctionnement de ce crédit est étudiable grâce aux suites. Selon la méthode que vous avez utilisée pour répondre à la question précédente, vous vous êtes aperçus que cela peut être très très long sans une formule pour calculer le détail, mensualité par mensualité, pour finalement pouvoir calculer la durée totale du crédit dans les conditions choisies par Vincent.

- On note R_n le montant à rembourser à l'issue du mois n ; exprimer alors R_{n+1} , le montant à rembourser au mois suivant. Rappelons que chaque mois, en partant de la somme restante à rembourser, Vincent doit en plus payer les intérêts sur ce montant, et qu'il paye réellement une somme identique tous les mois, égale à la mensualité qu'il a choisie.
- En notant M la mensualité, expliquer pourquoi la condition suivante est nécessaire pour que le crédit soit remboursable :

$$M > 0,0025 \times 100\,000$$

- La suite (R_n) définie précédemment est une suite arithmético-géométrique, que l'on peut alors définir par sa relation de récurrence $R_{n+1} = a R_n + b$. Quelles sont les valeurs de a et b ?