

On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\sin(x) - \cos(x) = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

On considère la fonction f définie sur $[0; 2\pi]$ par : $f(x) = e^{-x} - e^{-x} \sin x$.

On note C_f la courbe représentative de f .

1) Résoudre $f(x) = 0$ sur $[0; 2\pi]$.

2) a) Montrer que $f'(x) = (\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1) e^{-x}$

b) En déduire que $f'(x)$ est négatif $[0; \frac{\pi}{2}] \cup [\pi; 2\pi]$ et positif sur $[\frac{\pi}{2}; \pi]$.

c) En déduire les variations de f sur $[0; 2\pi]$.

3) En déduire le signe de la fonction f sur $[0; 2\pi]$.

4) On admet qu'une primitive de f est $F(x) = \left(\frac{1}{2} \cos(x) + \frac{1}{2} \sin(x) - 1\right) e^{-x}$ sur $[0; 2\pi]$.

Déterminer l'aire délimitée par C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 2\pi$ et $x = 0$.