

Exercice 4 : ROC (Restitution organisée des connaissances)

Dans cet exercice, on se propose d'étudier les variations de la fonction $f(x) = ax^2$ pour $a \neq 0$ et $x \in \mathbb{R}$.

1.) Dans cette question, on suppose que $a > 0$.

a. Étude des variations de f sur $] -\infty ; 0]$.

Soient $x, y \in] -\infty ; 0]$ tels que $x \leq y$.

a.1) Montrer que $f(y) - f(x) = a(y - x)(y + x)$

a.2) Quel est le signe de $y + x$ pour $x, y \in] -\infty ; 0]$ et celui de $y - x$ pour $x \leq y \leq 0$

a.3) En déduire le signe de $f(y) - f(x)$ puis le sens de variation de f sur $] -\infty ; 0]$.

b. Étude des variations de f sur $[0 ; +\infty[$.

Soient $x, y \in [0 ; +\infty[$ tels que $x \leq y$.

b.1) De la même façon que dans la question a.), étudier le signe de $f(y) - f(x)$

b.2) En déduire le sens de variation de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.

c. Des questions a.) et b.), établir le tableau de variations de la fonction f sur \mathbb{R} , pour $a > 0$.

2.) Dans cette question, on suppose que $a < 0$

a. En utilisant la démarche de la question 1. a.), montrer que f est croissante sur $] -\infty ; 0]$.

b. De la même façon, en utilisant la démarche de la question 1. b.), montrer que f est décroissante sur $[0 ; +\infty[$

Établir le tableau de variations de f sur \mathbb{R} pour $a < 0$.

3.) Applications :

Donner le tableau de variation de chacune des fonctions suivantes sur leur domaine de définition

a. $h(x) = 0.5x^2$ pour $x \in [-10 ; 10]$

b. $g(x) = 0.5x^2 - 2017$ pour $x \in [-1 ; 1]$

c. $p(x) = -2x^2 + 2017$ pour $x \in [-1 ; 1]$