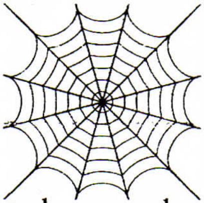

DM3 : Complexes- Géométrie - Suites

L'objet de ce dm est l'étude géométrique de la position des points représentant des nombres complexes obtenus par un procédé bien connu.

On définit pour cela trois suites de nombres complexes : (u_n), (v_n) et (w_n) par leur terme initial commun : 4 et une relation de récurrence, pour n entier naturel :

$u_{n+1} = p \times u_n$ où : $p = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad v_{n+1} = q \times v_n$ où : $q = \frac{3}{4}p$ $\quad w_{n+1} = r \times w_n$ où : $r = 1.1p$

$u_m = p \times u_{m-1}$

Partie A : partie graphique : $u_{m+1} = p \times u_m$

1) **Suite (u_n) :** Quelle est la nature de cette suite ? géométrique Quel est le rôle du nombre p ? Comment le nomme-t-on ? Déterminer module et argument pour p. Calculer successivement, et/ou à l'aide d'une relation explicite, les 5 termes suivants u_0 et les écrire sous forme trigonométrique. Placer dans le plan complexe les points P_0 d'affixe u_0, P_1 P_2, P_3 jusqu'à P_8.

2) **Suite (v_n) :** Déterminer d'abord module et argument pour q. Calculer successivement les 5 termes suivants v_0 et les écrire sous forme trigonométrique. Placer dans le plan complexe les points Q_0 d'affixe v_0, Q_1, Q_2, Q_3 jusqu'à Q_8.

3) **Suite (w_n) :** Déterminer module et argument pour r. Calculer successivement les 5 termes suivants w_0 et les écrire sous forme trigonométrique. Placer dans le plan complexe les points R_0 d'affixe w_0, R_1 R_2, R_3 jusqu'à R_8.

utiliser propriété

4) **Observations sur le graphique :** une couleur par suite, relier les points dans l'ordre.

En observant les points P_i, Q_i et R_i précédemment placés et les modules et arguments des nombres *p, q* et *r,* quelles remarques peut-on formuler quant à la multiplication par un nombre complexe du point de vue des modules et des arguments ?

Partie B : Suite et Limites :

Grâce aux suites précédentes, on définit maintenant, deux nouvelles suites. Celles des modules : $(|u_n|)$ et des arguments : $(Arg(u_n))$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

1) Déterminer une relation explicite simple donnant, pour chacune des trois suites, module et argument.

2) Déterminer, pour chacune des six suites, la limite lorsque n devient infiniment grand.