

Devoir maison n°1

Intersection droite – parabole

Le plan est muni d'un repère $(O; I, J)$.

\mathcal{P} est la parabole d'équation $y = x^2 - 4x + 3$ et \mathcal{D}_m est la droite d'équation $y = mx + 2$ où m est un réel quelconque.

L'objectif de ce devoir est de déterminer quel est le nombre de points d'intersection de la parabole \mathcal{P} et de la droite \mathcal{D}_m selon les valeurs de m .

Partie A. Étude d'un cas particulier : $m = 1$

1. Montrer que le point $M(x; y)$ appartient à l'intersection de \mathcal{P} et de \mathcal{D}_1 si et seulement si x est solution de $x^2 - 4x + 3 = x + 2$.
2. Résoudre cette équation.
3. En déduire le nombre de points d'intersection de la parabole \mathcal{P} et de la droite \mathcal{D}_1 .

Partie B. Cas général : m quelconque

1. Montrer que le point $M(x; y)$ appartient à l'intersection de \mathcal{P} et de \mathcal{D}_m si et seulement si x est solution de l'équation

$$\mathcal{E}_m : x^2 - (4 + m)x + 1 = 0$$

2. Déterminer, en fonction de m , l'expression du discriminant Δ_m de l'équation \mathcal{E}_m .
3. Déterminer le signe de Δ_m selon les valeurs de m .
4. En déduire le nombre de solutions de l'équation \mathcal{E}_m selon les valeurs de m .
5. Conclure.