2nde **Devoir à la maison n°4 (à rendre le mercredi 2 mars 2016)**

EXERCICE 1

1°) Voici un algorithme :

Faire « tourner » l'algorithme à la main (on écrira comme d'habitude les différentes étapes et indiquera les valeurs affichées)

```
Variables : K est un entier naturel
            x et D sont des réels

Traitement :  Pour K allant de 0 à 6
                 | Affecter 10K à x
                 | Affecter  x + √(x² + 1) − 2x  à D
                 | Afficher x
                 | Afficher D
              FinPour
```

2°) On pose $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$ et $g(x) = 2x$.
On note C_f la courbe représentative de f et Δ la droite représentant g

a) Que semble t-il se passer d'après les résultats du 1°) ?

b) Reproduire les allures de C_f et C_g que vous voyez sur votre écran de calculatrice sur un même graphique .

3°) Voici un nouvel algorithme :

```
Initialisation : Affecter 0 à K
                 Affecter 1 à D

Traitement :   TantQue D > 0,0115
                 | Affecter K + 1 à K
                 | Affecter  K + √(K² + 1) − 2K  à D
               FinTantQue
               Afficher K
```

En vous aidant de la fonction « table » de votre calculatrice, donner la valeur affichée (sans faire tourner l'algorithme , sans écrire les étapes)

EXERCICE 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 5x + 4}{1+2x}$; on note C_f sa courbe représentative et on note d la droite d'équation $y = 4 - x$.

1) a) Montrer que $f(x) - (4 - x) = \dfrac{3x(x-4)}{1+2x}$.

b) Etudier les positions relatives de C_f par rapport à d. (*regardez votre cours chap 4 p4 ..*)

2) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant

x	−6	−4	−2	0	2	4	6	8	10	12	14
$f(x)$											

3) a) Sur une feuille **de papier millimétré** , tracer la courbe C_f ainsi que d pour $x \in [-6 ; 14]$
(Unités : 1 cm sur l'axe des abscisses , 1cm sur l'axe des ordonnées)

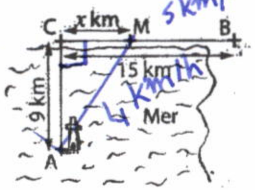
b) Résoudre graphiquement : $f(x) = 0$

4) D'après le graphique, l'équation $f(x) = 2$ admet deux solutions. Faites les apparaître sur le graphique. L'une des deux, que l'on notera α, est élément de $[0 ; 1]$. Donner, grâce à votre calculatrice, un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α

EXERCICE 3

Le gardien d'un phare situé en A et entouré d'eau, souhaite rejoindre la maison côtière située en B. Le point C est le point de la côte le plus proche de A ; ainsi les segments [AC] et [BC] sont perpendiculaires. De plus, AC = 9 km et BC = 15 km.

Pour faire le trajet, le gardien part en canot à la vitesse moyenne de 4 km/h . Il accoste en un point M du segment [BC] et parcourt la distance [MB] à pied, à la vitesse moyenne de 5 km/h. Le gardien du phare choisit l'itinéraire qui lui assure le temps de trajet le plus petit.
On note x la distance CM (en km)



1) A quel intervalle appartient x ?

2) Exprimer la distance AM en fonction de x.

3) a) On note t_1 le temps mis pour parcourir le tronçon AM, en heure, Exprimer t_1 en fonction de x.

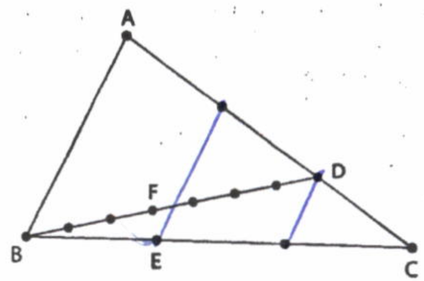
b) Soit $f(x)$ le temps de parcours (temps total), en heure, mis par le gardien pour rejoindre la maison côtière. Justifier que $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+81}}{4} + \dfrac{15-x}{5}$

4) A l'aide de la calculatrice (*on expliquera la démarche suivie*), déterminer à quelle distance du point C le gardien doit accoster afin que son temps de parcours soit le plus petit possible. Indiquer alors son temps de parcours (en heures et minutes)

5) On admet que le nombre x qui rend le trajet le plus petit est solution de l'équation :
$$(5x)^2 = 16(x^2 + 81)$$
Retrouver alors la valeur de x .

EXERCICE 4

Sur la figure ci-dessous, les graduations sont régulières. Les points A, F , E sont-ils alignés ? (*Prouvez évidemment votre réponse*)



$k \in \mathbb{R}^* : \overrightarrow{AE} = k\,\overrightarrow{FE}$

$$1 \left\{ \begin{aligned} \overrightarrow{FE} &= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BE} \\ \overrightarrow{FE} &= \frac{3}{7}\,\overrightarrow{DB} + \frac{1}{3}\,\overrightarrow{BC} \end{aligned} \right.$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BE}$$

$$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AE} &= \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \\
&= \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\right) + \overrightarrow{DB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \\
&= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} \\
&= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} \\
&= \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \\
&= \frac{5}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} \\
&= \frac{5}{3}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}\right) + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} \\
&= \frac{5}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{5}{3}\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} \\
&= -\frac{5}{3}\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DA} + \frac{5}{3}\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC} \\
&= -\frac{2}{3}\overrightarrow{DA} + \frac{5}{3}\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BC}
\end{aligned}$$