

**Exercice 1.****Partie A**

Soit  $u$  la suite définie par  $u_0 = 13$  et, pour tout nombre entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$ .

- 1) Démontrer que, pour tout nombre entier naturel  $n$ ,  $u_n = 1 + 12 \times \left(\frac{1}{5}\right)^n$ .

En déduire le sens de variation ainsi que la limite de la suite  $u$ .

- 2) On considère l'algorithme suivant : ( $U$  et  $S$  sont des réels,  $K$  est un entier naturel)

<b>Entrée :</b>	Saisir un nombre entier naturel $N$
<b>Initialisation :</b>	$U$ prend la valeur 13 $S$ prend la valeur 13
<b>Traitement :</b>	Pour $K$ de 1 jusqu'à $N$ , de 1 en 1, $U$ prend la valeur $\frac{1}{5}U + \frac{4}{5}$ $S$ prend la valeur $S + U$ Fin Pour
<b>Sortie :</b>	Afficher $S$

- Faire fonctionner cet algorithme dans un tableau avec  $N = 2$ , puis  $N = 4$ .
  - Que représentent les variables  $U$  et  $S$  ?
  - Quel est le rôle de cet algorithme ?
- 3) On pose  $S_0 = 13$  et on note  $S_n$  le nombre affiché par l'algorithme pour un nombre entier naturel  $n$  non nul. Exprimer  $S_n$  en fonction de  $n$ .
- 4) Etudier le sens de variation ainsi que la limite de la suite  $(S_n)$ .

**Partie B**

On considère une suite  $(x_n)$  de nombres réels ainsi que la suite  $(S'_n)$  définie pour tout nombre entier naturel  $n$  par  $S'_n = \sum_{k=0}^n x_k$ .

Chaque proposition suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier chaque réponse.

**Proposition 1 :** Si la suite  $(x_n)$  est convergente, alors la suite  $(S'_n)$  l'est aussi.

**Proposition 2 :** Les suites  $(x_n)$  et  $(S'_n)$  ont le même sens de variation.