

exercice 6

1) La fonction f est du type $u+v$ avec $u(x) = \frac{x}{2}$ et $\sqrt{x} = v(x)$.

La fonction u est strictement croissante sur \mathbb{R}^{+*}

de même que la fonction v , donc leur somme l'est aussi.

2) Pour tout n de \mathbb{N} , $u_n = f(n)$. Or, on a vu précédemment que $f(n)$ était strictement croissante.

On en déduit que la suite u_n est strictement croissante.

Pour tout n de \mathbb{N} , $u_{n+1} = f(u_n)$.

Calculons $\overset{\text{le signe de}}{u_{n+1} - u_n}$.

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n}{2} - \sqrt{u_n} - u_n.$$

Or, comme $u_0 = 16$, on en déduit que la suite (u_n) est strictement positive.

Or, dans \mathbb{R}^+ , $\sqrt{x} < x$.

On en déduit que $u_{n+1} - u_n < 0$ donc que la suite (u_n) ~~est strictement~~ n'est pas strictement croissante.