Il en résulte donc $x^2+y^2+z^2 \equiv 3 \pmod 4$

Or d'après la question précédente, k^2+k est pair donc

$x^2+y^2+z^2 \equiv 4(2t)+3 \equiv 8t+3$ avec t un entier naturel

D'où $x^2+y^2+z^2 \equiv 3 \pmod 8$.

• D'autre part, $n \geq 3$ donc $x^2+y^2+z^2 \equiv 2^n-1 \pmod{2^n}$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 \equiv 2^n(k+1)-1$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2 \equiv 8 \times 2^{n-3}(k+1)-1$

d'où $x^2+y^2+z^2 \equiv -1 \pmod 8$. Ce résultat n'est pas correct car -1 et 3 ne sont pas congrus modulo 8.

• On peut donc en conclure que lorsque $n \geq 3$, il n'existe pas d'entiers naturels x, y et z tels que $x^2+y^2+z^2 \equiv 2^n-1 \pmod{2^n}$