

2) a. $x^2 + y^2 + z^2 = (2q)^2 + (2r)^2 + (2s+1)^2$
 $= 4q^2 + 4r^2 + 4s^2 + 4s + 1$
 $= 4(q^2 + r^2 + s^2 + s) + 1$

On a bien alors $x^2 + y^2 + z^2 \equiv 1 \pmod{4}$

On sait que
 b. ~~pour la question 1 partie B, on a~~ $x^2 + y^2 + z^2 \equiv 2^n - 1 \pmod{2^n}$
 et est équivalent à $x^2 + y^2 + z^2 \equiv 2^n(k+1) - 1$
 est $\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 \equiv 4 \cdot 2^{n-2}(k+1) - 1$

Donc $x^2 + y^2 + z^2 \equiv -1 \pmod{4}$

Or, d'après la question précédente $x^2 + y^2 + z^2 \equiv 1 \pmod{4}$.
 ce qui est impossible car -1 et 1 ne sont pas congrus modulo 4 .

Cette contradiction nous montre que l'on ne peut pas avoir
 deux des 3 entiers x, y et z pair et le troisième impair.

3) a. $k^2 + k = k(k+1)$ est le produit de 2 entiers consécutifs.
 Donc on a forcément un facteur pair et l'autre impair,
 d'où le produit est divisible par 2

b. $x^2 + y^2 + z^2 = (2q+1)^2 + (2r+1)^2 + (2s+1)^2$
 $= 4q^2 + 4q + 1 + 4r^2 + 4r + 1 + 4s^2 + 4s + 1$
 $= 4[(q^2 + q) + (r^2 + r) + (s^2 + s)] + 3$

~~Avec la question précédente, on a que $k^2 + k$ est pair donc~~
 ~~$x^2 + y^2 + z^2$~~