On a donc $f_n(n) < 0 < f_n(n+1)$. ③

La fonction f_n est continue et ~~dé~~ strictem^t croissante d'après le tableau de variation à la question 1 partie B. Donc, d'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f_n(x) = 0$ admet une solution unique u_n ds l'intervalle $[n ; n+1]$

3) • D'après la question précédente, $u_n > n$. ~~donc~~
Comme $\lim_{n \to +\infty} n = +\infty$, alors d'après le théorème de comparaison

on a : $\boxed{\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty}$

• On peut dire que ~~la~~ (u_n) est croissante car $u_n \leq n+1 \leq u_{n+1}$ et (u_n) n'est pas majorée car $\mathbb{N}$ ne l'est pas.

Donc $\lim_{n \to +\infty} u_n = +\infty$

Or d'après la question précédente, $n \leq u_n \leq n+1$

Comme $n > 0$, on en déduis $\frac{n}{n} < \frac{u_n}{n} < \frac{n+1}{n}$, soit $1 \leq \frac{u_n}{n} \leq 1 + \frac{1}{n}$

On peut alors utiliser le théorème des gendarmes pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$\lim_{n \to +\infty} 1 = 1$ et $\lim_{n \to +\infty} 1 + \frac{1}{n} = 1$ ~~donc~~

donc $\boxed{\lim_{n \to +\infty} \frac{u_n}{n} = 1}$.