

# DEVOIR n°9

## DM 2<sup>nde</sup>

On considère un pavé droit ABCDEFHG tel que  $DC = CB = 2\sqrt{2}$  et  $DG = 4$ .

I est le milieu du segment [CH].

On admet que le quadrilatère ACHE est un rectangle.

Soit M un point variable du segment [AC], la perpendiculaire à (AC) passant par M coupe [AH] en N.

On s'intéresse à la fonction  $f$  qui à  $x = AM$  associe l'aire du quadrilatère MNIC.

1. a. Vérifier que  $AC = 4$ .

b. Que peut-on en déduire pour le rectangle ACHE ?

2. Quand M varie sur le segment [AC], à quel intervalle appartient  $x$  ?

3. a. Montrer que le quadrilatère MNIC est un trapèze.

b. Exprimer MN en fonction de  $x$

4. On rappelle que l'aire d'un trapèze est donnée par :

$$\text{Aire} = \frac{(\text{petite base} + \text{grande base})}{2} \times \text{hauteur}$$

Démontrer que l'aire de MNIC est donnée par :

$$f(x) = 4 + x - 0,5x^2$$

5. A l'aide de la calculatrice, conjecturer le maximum de la fonction  $f$ .

6. On se propose de trouver la valeur (ou les valeurs) de  $x$  pour laquelle (ou lesquelles) l'aire de MNIC est maximale.

a. Démontrer que  $f(1) - f(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1)$

b. En déduire le signe de  $f(1) - f(x)$

c. Conclure.

7. Compléter le tableau de valeurs suivant et tracer la représentation graphique de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal.

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
f(x)									

8. Construire le tableau de variation de la fonction  $f$ .

