DEVOIR MAISON N°11

A rendre au plus tard le vendredi 25 Avril 2013

Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}\ ; \vec{j}\ )$.
Dans le cours, on a montré que deux droites (d) et (d') d'équations réduites respectives $y = ax + b$ et $y = a'x + b'$ sont parallèles si et seulement si $a = a'$.
On va démontrer que ces deux droites sont perpendiculaires si et seulement si $aa' = a \times a' = -1$.

Partie 1: «Droites linéaires perpendiculaires »

Soient deux droites (d_1) et (d_2) d'équations réduites respectives $y = ax$ et $y = a'x$.

1. Montrer par le calcul que le point O(0 ; 0) appartient à (d_1) et (d_2) .

2. Soit M le point de (d_1) d'abscisse $x_M = 1$. Calculer l'ordonnée du point M.

3. Soit $M'(1; a')$. Démontrer que $M' \in (d_2)$.

4. Exprimer en fonction de a et de a' les distances OM, OM' et MM'.

5. En déduire que: $OM^2 + OM'^2 = a^2 + a'^2 + 2$ et $MM'^2 = a^2 + a'^2 - 2aa'$.

6. Avec l'aide du théorème de Pythagore, démontrer que: ≪(d_1) et (d_2) perpendiculaires ≫ $\Leftrightarrow a a' = -1$.

Partie 2: «Droites affines perpendiculaires »

Soient deux droites (d_3) et (d_4) d'équations réduites respectives : $y = ax + b$ *et* $y = a'x + b'$.

1. a. Que dire peut-on dire des droites (d_2) et (d_4) ?

b. En déduire que: ≪ (d_1) et (d_4) perpendiculaires ≫ $\Leftrightarrow a a' = -1$.

2. a. Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_3) ?

b. En déduire : ≪ (d_3) et (d_4) perpendiculaires ≫ $\Leftrightarrow a a' = -1$.

Partie 3: «Applications»

1. Déterminer l'équation réduite de la droite perpendiculaire à (d') d'équation réduite : $y = 5x + 2$ qui passe par $C(5 ; 4)$.

2. Soient les droites (d_1), (d_2), (d_3) et (d_4) d'équations réduites respectives:

$y = -1,5x + 1$, $y = \frac{2}{3}x + 1$, $y = -\frac{3}{2}x$ et $y = \frac{2}{3}x$.

a. Donner tous les couples de droites parallèles (**Justifier**)

b. Donner tous les couples de droites sécantes (**Justifier**) et montrer que ces couples de droites sont perpendiculaires.

c. On considère le polygone (**non croisé)** dont les sommets sont les points d'intersections de tous les couples de droites sécantes. Quelle est sa nature ? (**Justifier**).

Exercice 2

Soit $ABCDEFGH$ un cube d'arête 4 cm. I est le point de $[FG]$ tel que $GI = 1$ cm, et M est un point de $[EF]$.
Déterminer la position du point M sur $[EF]$ (au dixième près) pour laquelle la longueur du chemin IMA est la plus courte, et calculer la longueur de ce chemin.