100 ABC est un triangle.
Le point I est le milieu du segment [AB]. Les points J et L sont tels que :

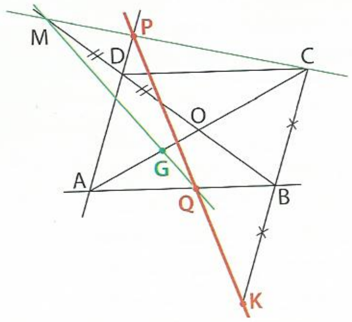
$$2\overrightarrow{JB}+3\overrightarrow{JC}=\vec{0} \text{ et } 3\overrightarrow{LC}=2\overrightarrow{LA}.$$

1. Faites une figure.

2. a) Exprimez les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{IL}$ en fonction de $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BA}$.

b) Déduisez-en que les points I, J et L sont alignés.

101 Vecteurs colinéaires et alignement
ABCD est un parallélogramme de centre O.
Le point M est le symétrique de O par rapport à D et K celui de C par rapport à B. G est le centre de gravité du triangle ADB. La droite (MC) coupe la droite (AD) en P. La droite (MG) coupe la droite (AB) en Q.



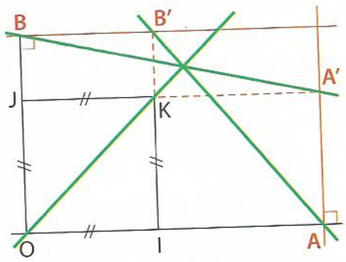
Le but de l'exercice est de démontrer que les points P, Q et K sont alignés.
On choisit le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$.

1. Calculez les coordonnées des points O, M, K et G.

2. Déduisez-en, à l'aide de la colinéarité de vecteurs, les coordonnées des points P et Q.

3. Concluez.

102 Droites parallèles ou concourantes
OIKJ est un carré. A est un point de la droite (OI) et B un point de la droite (OJ).
Le but de l'exercice est d'étudier la position relative des droites (AB'), (A'B) et (OK).



Note Une expérimentation avec GeoGebra est possible.

On choisit le repère $(O;\overrightarrow{OI},\overrightarrow{OJ})$ et dans ce repère on note $(a;0)$ les coordonnées de A et $(0;b)$ celles de B.

1. a) Démontrez que « (A'B) parallèle à (AB') » équivaut à « $a+b=1$ ».

b) Déduisez-en que si $a+b=1$, les trois droites (OK), (A'B) et (AB') sont parallèles.

2. Dans cette question on suppose $a+b\neq 1$.

a) Trouvez une équation de la droite (OK).

b) Démontrez que $(b-1)x+ay-ab=0$ est une équation de la droite (BA').

c) Déduisez-en que le point M, intersection de (OK) et (A'B), a pour coordonnées :

$$\left(\frac{ab}{a+b-1};\frac{ab}{a+b-1}\right).$$

3. Démontrez que les points A, M et B' sont alignés. Concluez.

103 Comportement d'une droite TICE
ABCD est un rectangle de centre O tel que :

$$AB=4 \text{ et } AD=3.$$

À tout point M on associe le point N tel que :

$$\overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}.$$

Le but de l'exercice est d'étudier le comportement de la droite (MN) lorsque M varie.

1. Expérimenter avec GeoGebra

a) Créez le rectangle ABCD et placez un point M.

b) Saisissez :
`N=M+2vecteur[M,A]+vecteur[M,B]+vecteur[M,C].`

c) Créez la droite (MN). Déplacez M. Affichez la trace de (MN). Quelle particularité semble présenter la droite (MN) ?

2. Démontrer
On note I le milieu de [BC] et J celui de [AI].

1. a) Démontrez que $\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JC}=2\overrightarrow{JI}$.

b) Déduisez-en que $2\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}+\overrightarrow{JC}=\vec{0}$.

2. Démontrez que $\overrightarrow{MN}=4\overrightarrow{MJ}$. Concluez.

Prolongement

1. Quel est l'ensemble des points M pour lesquels les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires ?

2. On choisit le repère orthonormé $(A;\vec{i},\vec{j})$ dans lequel les points B et D ont pour coordonnées respectives (4 ; 0) et (0 ; 3).
Trouvez une équation de l'ensemble des points M pour lesquels les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.

104 « Pour tout » LOGIQUE
Dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, la droite d_m a pour équation $mx+y-3=0$ où m est un nombre donné. $M(x;y)$ est un point du plan.
Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez votre réponse.

1. Pour tout nombre m, il **existe** une droite d_m.

2. Pour tout nombre x, il **existe** un nombre y tel que $M\in d_m$.

3. Pour tout nombre y, il **existe** un nombre x unique tel que $M\in d_m$.