Recherche des limites d'une fonction polynôme ou rationnelle à l'infini

1/ Limite d'une fonction polynôme en +∞ et -∞

En cas de forme indéterminée, on met en facteur la plus grande puissance de x

$$f(x) = 5x^3 - 3x + 7 = x^3\left(5 - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3}{x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{7}{x^3} = 0 \text{ donc } \lim_{x \to +\infty} 5 - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3} = 5 \text{ et } \lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 5x^3 = +\infty$$

A l'infini, la limite d'une fonction polynôme est la limite de son terme de plus haut degré

$$\lim_{x \to +\infty} (-6x^5 - 4x^2 + 1) = \lim_{x \to +\infty} (-6x^5) = -\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{5}{3}x^2 - x + 2\right) = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{5}{3}x^2\right) = +\infty$$

2) Limite d'une fonction rationnelle en +∞ et -∞

On peut montrer de manière analogue que :

A l'infini, la limite d'une fonction rationnelle est la limite du quotient des termes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{4x^2 - 3x + 7}{5 - 2x + x^3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4x^2}{x^3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$

Recherche des limites d'une fonction polynôme ou rationnelle à l'infini

1/ Limite d'une fonction polynôme en +∞ et -∞

En cas de forme indéterminée, on met en facteur la plus grande puissance de x

$$f(x) = 5x^3 - 3x + 7 = x^3\left(5 - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3}\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{3}{x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{7}{x^3} = 0 \text{ donc } \lim_{x \to +\infty} 5 - \frac{3}{x^2} + \frac{7}{x^3} = 5 \text{ et } \lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 5x^3 = +\infty$$

A l'infini, la limite d'une fonction polynôme est la limite de son terme de plus haut degré

$$\lim_{x \to +\infty} (-6x^5 - 4x^2 + 1) = \lim_{x \to +\infty} (-6x^5) = -\infty \qquad \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{5}{3}x^2 - x + 2\right) = \lim_{x \to -\infty} \left(\frac{5}{3}x^2\right) = +\infty$$

2) Limite d'une fonction rationnelle en +∞ et -∞

On peut montrer de manière analogue que :

A l'infini, la limite d'une fonction rationnelle est la limite du quotient des termes de plus haut degré du numérateur et du dénominateur

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{4x^2 - 3x + 7}{5 - 2x + x^3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4x^2}{x^3} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4}{x} = 0 \qquad \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 1} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2$$