DM:

Exercice 1

2. La fonction f est dérivable en a si :

$\lim \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = f'(a)$

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h} = \frac{\frac{a}{a(a+h)} - \frac{a+h}{a(a+h)}}{h}$$

$$= \frac{\frac{a-(a+h)}{a(a+h)}}{h} = \frac{\frac{\cancel{a}-\cancel{a}-h}{a(a+h)}}{h} = \frac{\frac{-h}{a(a+h)}}{h} = \frac{-\cancel{h}}{a(a+h)} \times \frac{1}{\cancel{h}} = \frac{-1}{a(a+h)}$$

Or : $\lim \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim \frac{-1}{a(a+h)} = \frac{-1}{a^2}$

$f'(a) = \frac{-1}{a^2}$

1. $f'(5) = \frac{-1}{5^2} = \frac{-1}{25}$

$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{\sqrt{a}}{a} - \frac{\sqrt{b}}{b} =$

Exercice 2:

2. $f : x \to \sqrt{x}$ On sait que $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ donc $f'(6) = \frac{1}{2\sqrt{6}}$

4. $f'(0) = \frac{1}{2\sqrt{0}}$ donc pas possible

$\lim \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = f'(0)$

Pour $h > 0$:

$$\frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \frac{\sqrt{0+h}-\sqrt{0}}{h} = \frac{\sqrt{h}}{h} = \frac{\sqrt{h}\times\sqrt{h}}{h\times\sqrt{h}} = \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}\sqrt{h}} = \frac{1}{\sqrt{h}}$$

b. $\Gamma_0(10^{-2}) = \frac{1}{\sqrt{10^{-2}}} = 10$ $\quad \Gamma_0(10^{-10}) = \frac{1}{\sqrt{10^{-10}}} = 100000$ $\quad \Gamma_0(10^{-\dots}) = \frac{1}{\dots}$

de $\frac{1}{\sqrt{h}}$

On peut en déduire que lorsque h se rapproche de 0, les valeurs augmentent

La fonction racine carré en 0 n'est donc pas dérivable