Devoir Maison

Exercice 1

(u_n) est la suite définie pour tout entier n par :

$$u_n = \frac{1,2^n}{n+1}$$

1. Calculer les trois premiers termes de cette suite.
2. Montrer que pour tout entier n,

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1,2^n(a \times n + b)}{(n+1)(n+2)}$$

   où a et b sont deux réels à préciser.
3. En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

Exercice 2

Page 164 N°115

115 Exercice guidé – Une suite auxiliaire

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par :

$$u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 5}$$

On admet que, pour tout entier $n \geqslant 0$, $u_n > 0$.

1. a. Déterminer u_1 ; u_2 et u_3.

b. La suite (u_n) est-elle arithmétique ?

c. Calculer $\frac{1}{u_0}$; $\frac{1}{u_1}$; $\frac{1}{u_2}$ et $\frac{1}{u_3}$. Que constate-t-on ?

2. Soit (v_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = \frac{1}{u_n}$.

a. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique.

b. En déduire une expression de v_n, puis de u_n, en fonction de n.

Pistes de résolution

1. b. Les premiers termes font-ils apparaître une relation de récurrence d'une suite arithmétique ?

2. a. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n, puis conclure.

b. Compte tenu de la nature de (v_n), on dispose d'une formule pour exprimer son terme général. Le lien entre les suites (v_n) et (u_n) permet d'obtenir le terme général de (u_n).