# Term Spé Maths
# DM n°2 de mathématiques

**Exercice 1 (D'après l'exercice 9 fiche d'exercices 1):** On considère un parallélépipède rectangle ABCDEFGH.

Les points M,N,P sont définis par $\overrightarrow{GM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{GF}$, $\overrightarrow{EN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

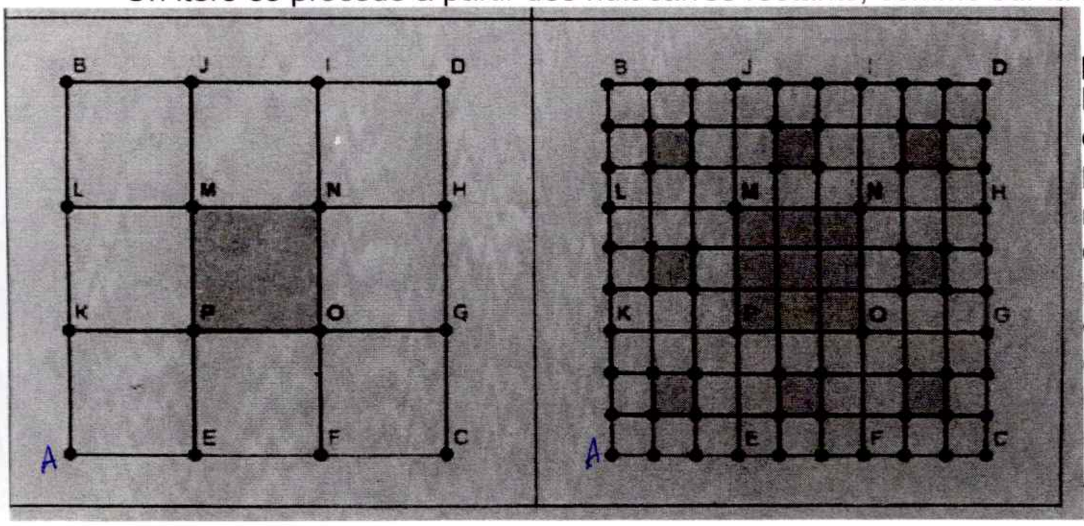
.1) Faire une figure.
2) Démontrer que $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{PH}$ puis que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{GH}$ .
3) Démontrer que les plans (AMN) et (GHP) sont parallèles.
4) On se place maintenant dans le repère $(A\,;\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\,;\overrightarrow{AE})$ .
  a) Donner les coordonnées des points A, B, C,D,E,F,G et H.
  b) Calculer les coordonnées des points M, N et P puis retrouver les résultats du 2).

**Exercice 2 :** On considère une ruche de 40000 abeilles. Elle subit une attaque de frelons asiatiques à l'instant t = 0.
On modélise le nombre restant (exprimé en dizaines de milliers) d'abeilles dans la ruche en fonction du temps (exprimé en minutes) par la fonction $f$ définie sur [0 ; +∞[ par

. $f(t)=(2t+4)e^{\frac{-1}{2}t}$ .

1) Calculer combien d'abeilles (à une abeille près) restent dans la ruche au bout de :
  a) 1 minute.  b) 5 min 15 s.
2) a) Quel doit être, selon l'énoncé du problème, le sens de variation de la fonction $f$ ?
  b) Déterminer par le calcul le sens de variation de la fonction $f$ .
3) Déterminer l'équation de (T), tangente à la courbe de $f$ en son point d'abscisse 1.

**Exercice 3 :** Le tapis de Sierpinsky est une fractale obtenue à partir d'un carré.
On considère un carré ABDC de côté 1m que l'on coupe en neuf carrés égaux, et on supprime le carré central MNOP.
On itère ce procédé à partir des huit carrés restants, comme sur la figure ci-dessous :




puis on réitère ce procédé à l'infini. Pour tout $n\in\mathbb{N}$ , on note $u_n$ la longueur totale en mètres des frontières du tapis (somme des périmètres des carrés en gris) à la n-ième étape. ↳ (1er carré ABCD.) On ainsi $u_0=4$ (périmètre du carré ABCD).

1) Justifier que $u_1=\frac{16}{3}$ . Calculer $u_2$ .

2) Montrer que, pour tout $n\in\mathbb{N}$ , $u_{n+1}=u_n+\frac{4}{3}\times\left(\frac{8}{3}\right)^n$ et retrouver $u_2$ . 3) Démontrer par récurrence que, pour tout $n\in\mathbb{N}$ , $u_n=\frac{16}{5}+\frac{4}{5}\times\left(\frac{8}{3}\right)^n$ , en déduire $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ .