

Term Spé Maths DM n°2 de mathématiques

Exercice 1 (D'après l'exercice 9 fiche d'exercices 1): On considère un parallélépipède rectangle ABCDEFGH.

Les points M, N, P sont définis par $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{GF}$, $\overrightarrow{EN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{EH}$ et $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$.

- 1) Faire une figure.
- 2) Démontrer que $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{PH}$ puis que $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{GH}$.
- 3) Démontrer que les plans (AMN) et (GHP) sont parallèles.
- 4) On se place maintenant dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$.
 - a) Donner les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G et H.
 - b) Calculer les coordonnées des points M, N et P puis retrouver les résultats du 2).

Exercice 2 : On considère une ruche de 40000 abeilles. Elle subit une attaque de frelons asiatiques à l'instant $t = 0$.

On modélise le nombre restant (exprimé en dizaines de milliers) d'abeilles dans la ruche en fonction du temps (exprimé en minutes) par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

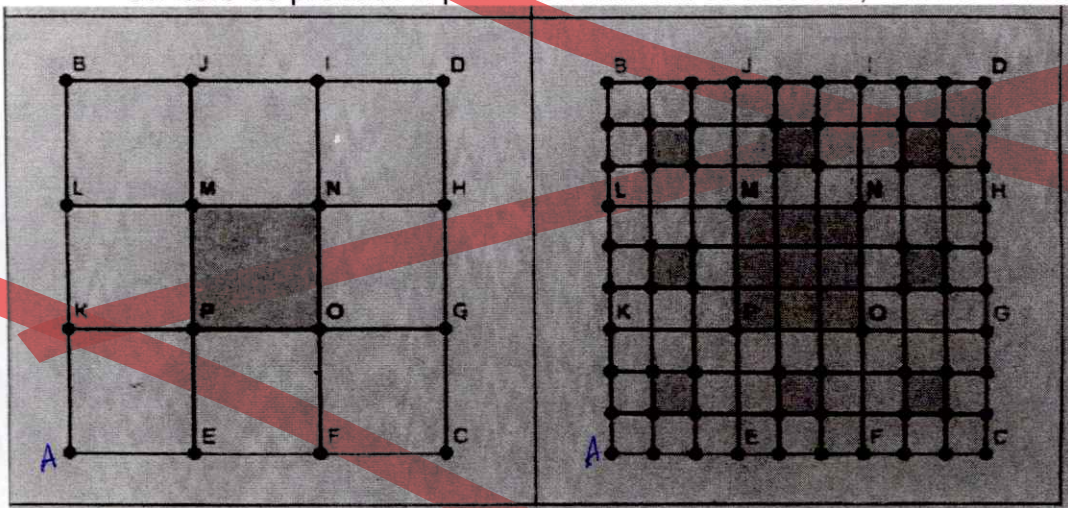
$$f(t) = (2t+4)e^{\frac{-1}{2}t}$$

- 1) Calculer combien d'abeilles (à une abeille près) restent dans la ruche au bout de :
 - a) 1 minute.
 - b) 5 min 15 s.
- 2) a) Quel doit être, selon l'énoncé du problème, le sens de variation de la fonction f ?
b) Déterminer par le calcul le sens de variation de la fonction f .
- 3) Déterminer l'équation de (T), tangente à la courbe de f en son point d'abscisse 1.

Exercice 3 : Le tapis de Sierpinsky est une fractale obtenue à partir d'un carré.

On considère un carré ABCD de côté 1m que l'on coupe en neuf carrés égaux, et on supprime le carré central MNOP.

On itère ce procédé à partir des huit carrés restants, comme sur la figure ci-dessous :



puis on réitère ce procédé à l'infini.

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note u_n la longueur totale en mètres des frontières du tapis (somme des périmètres des carrés en gris) à la n -ième étape. (1^{er} carré ABCD.)

On a ainsi $u_0 = 4$ (périmètre du carré ABCD).

- 1) Justifier que $u_1 = \frac{16}{3}$. Calculer u_2 .
- 2) Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + \frac{4}{3} \times \left(\frac{8}{3}\right)^n$ et retrouver u_2 .
- 3) Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{16}{5} + \frac{4}{5} \times \left(\frac{8}{3}\right)^n$, en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.